

Большая переменная

Э.Н. Балаян

ГЕОМЕТРИЯ

Самостоятельные работы на готовых чертежах

7–9 классы

- ▶ *Подготовка к ОГЭ и ЕГЭ*
- ▶ *Базовый и профильный уровни*
- ▶ *Краткие теоретические сведения*
- ▶ *400 авторских задач*
- ▶ *240 задач с решениями*

Ростов-на-Дону

Веникс
2023

УДК 373.167.1:514
ББК 22.151я72
КТК 444
Б20

Балаян Э.Н.
Б20 Геометрия : самостоятельные работы на готовых чертежах : 7–9 классы / Э.Н. Балаян. — Ростов н/Д : Феникс, 2023. — 223 с. — (Большая перемена).

ISBN 978-5-222-38875-4

Предлагаемые самостоятельные работы по геометрии на готовых чертежах предназначены для занятий в 7–9 классах. Они ориентированы на учебник «Геометрия. 7–9 классы» Л.С. Атанасяна и др. Вместе с тем их можно использовать при работе и по другим учебникам для 7–9 классов, входящим в Федеральный перечень учебной литературы.

Самостоятельные работы — разноуровневые, они даются к каждой теме учебника, разбиты на две группы: группа «А» (базового уровня) и группа «Б» (профильного уровня). Каждая работа содержит 4 варианта, по две задачи в каждом.

Преимуществом предлагаемого пособия по сравнению с аналогами является то, что все задачи снабжены чертежами, что дает возможность сэкономить время на выполнение заданий.

Кроме того, к наиболее трудным задачам приведены подробные решения с пояснениями, что важно при подготовке к ОГЭ и ЕГЭ.

Практически все задачи снабжены ответами.

В заключительной части пособия приводятся краткие теоретические сведения и справочные материалы.

Пособие адресовано учителям математики, репетиторам, студентам педвузов, а также учащимся общеобразовательных школ, лицеев, колледжей для подготовки к ОГЭ и ЕГЭ.

ISBN 978-5-222-38875-4

УДК 373.167.1:54
ББК 22.151я72

© Балаян Э.Н., 2023
© Оформление, ООО «Феникс», 2023

Предисловие

Основная цель предлагаемых самостоятельных работ — помочь учителю организовать деятельность учащихся по решению задач на готовых чертежах с учетом индивидуальных особенностей и уровня подготовки.

Кроме того, самостоятельные работы могут использоваться не только для текущего контроля умений и навыков, но и для эффективной подготовки к сдаче ОГЭ и ЕГЭ.

Преимуществом предлагаемого пособия по сравнению с существующими аналогами является то, что все без исключения задачи снабжены чертежами, что дает возможность сэкономить время на их выполнение.

Самостоятельные работы даны по основным темам программы 7–9 классов в четырех вариантах по две задачи в каждом, они разбиты на две группы: группа «А» (базового уровня) и группа «Б» (профильного уровня).

Время на выполнение каждого варианта определяет учитель, в зависимости от цели урока, наличия учебного времени и уровня подготовки учащихся.

Предлагаемые задачи дают возможность каждому ученику проверить свои силы по отдельным вопросам курса геометрии и лучше подготовиться как к урокам, так и к ОГЭ и ЕГЭ.

Более половины задач снабжены подробными решениями и обоснованиями.

Кроме того, приводятся краткие теоретические сведения по курсу геометрии 7–9 классов, сопровождаемые определениями, теоремами, основными свойствами и необходимыми справочными материалами.

7 класс содержит 14 тем, 8 класс — 22 темы, 9 класс — 14 тем.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ РАБОТ

7 класс

Само- стоя- тельная работа	Тема
С-1	Измерение отрезков Группа «А» Группа «Б»
С-2	Измерение углов Группа «А» Группа «Б»
С-3	Смежные углы Группа «А» Группа «Б»
С-4	Вертикальные углы Группа «А» Группа «Б»
С-5	Признаки равенства треугольников Группа «А» Группа «Б»
С-6	Периметр равнобедренного треугольника Группа «А» Группа «Б»
С-7	Свойства равнобедренного треугольника Группа «А» Группа «Б»
С-8	Окружность Группа «А» Группа «Б»
С-9	Признаки параллельности прямых Группа «А» Группа «Б»
С-10	Свойства углов при параллельных прямых Группа «А» Группа «Б»

Само- стоя- тельная работа	Тема
С-11	Углы треугольника Группа «А» Группа «Б»
С-12	Некоторые свойства прямоугольных треугольников Группа «А» Группа «Б»
С-13	Признаки равенства прямоугольных треугольников Группа «А» Группа «Б»
С-14	Расстояние от точки до прямой Группа «А» Группа «Б»

8 класс

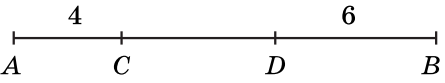
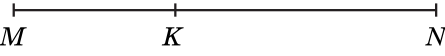
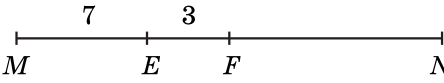

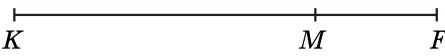

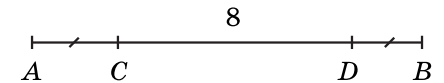
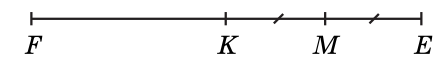
Само- стоя- тельная работа	Тема
С-1	Определение и признаки параллелограмма Группа «А» Группа «Б»
С-2	Свойства параллелограмма Группа «А» Группа «Б»
С-3	Свойства параллелограмма Группа «А» Группа «Б»
С-4	Параллелограмм Группа «А» Группа «Б»
С-5	Трапеция Группа «А» Группа «Б»
С-6	Трапеция Группа «А» Группа «Б»
С-7	Площадь прямоугольника Группа «А» Группа «Б»

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

7 класс


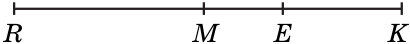
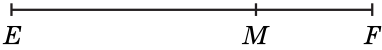
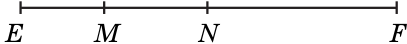
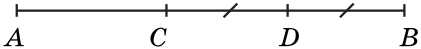
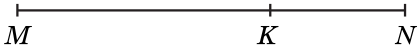
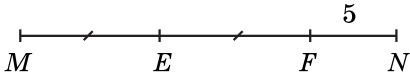
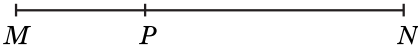
С-1. Измерение отрезков

Группа «А»

<p>В1 ①</p> <p>$AB = 18, BD = 6, AC = 4.$ $CD = ?$</p>  <p>②</p> <p>$MN = 27, KN = 2MK.$ $MK, KN = ?$</p> 	<p>В2 ①</p> <p>$MN = 18, ME = 7, EF = 3.$ $FN = ?$</p>  <p>②</p> <p>$CD = 24, DE = 3CE.$ $CE, DE = ?$</p> 
<p>В3 ①</p> <p>$KF = 21, KM - MF = 9.$ $KM, MF = ?$</p>  <p>②</p> <p>$SN = 22, MT = 20.$ $ST, MN = ?$</p> 	<p>В4 ①</p> <p>$AB = 14.$ $AC, AD, BC = ?$</p>  <p>②</p> <p>$FE = 20, FK = KE.$ $FM = ?$</p> 

С-1. Измерение отрезков

Группа «Б»

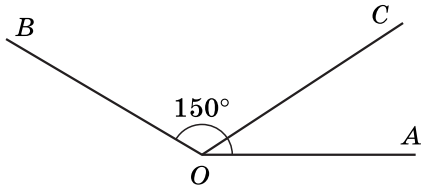
<p>B1 ①</p> <p>$MN = 20, 50\%MK = \frac{1}{6}KN.$</p> <p>$MK, KN - ?$</p>  <p>②</p> <p>$RK = 36, RE = 25, RM = MK.$</p> <p>$ME - ?$</p> 	<p>B2 ①</p> <p>$EF = 36, \frac{2}{25}EM = 40\%MF.$</p> <p>$EM, MF - ?$</p>  <p>②</p> <p>$EF = 34, MF = 26, EN = NF.$</p> <p>$EM, MF - ?$</p> 
<p>B3 ①</p> <p>$AB = 41, CD = 11.$</p> <p>$AC - ?$</p>  <p>②</p> <p>$MN = 40, MK : KN = 7 : 3.$</p> <p>$MK, KN - ?$</p> 	<p>B4 ①</p> <p>$MN = 25.$</p> <p>$EN - ?$</p>  <p>②</p> <p>$MP = 12, MN : PN = 7 : 5.$</p> <p>$MN, PN - ?$</p> 

С-2. Измерение углов

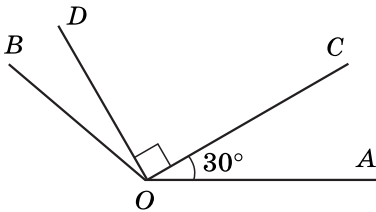
Группа «А»

В1

① $\angle AOB = 5\angle AOC$.
 $\angle AOC, \angle BOC$ — ?

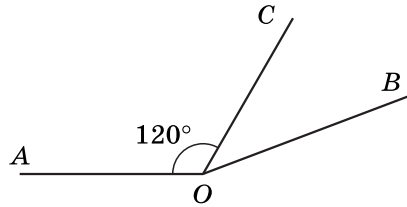


② $\angle AOD = 6\angle BOD$.
 $\angle AOB, \angle BOD$ — ?

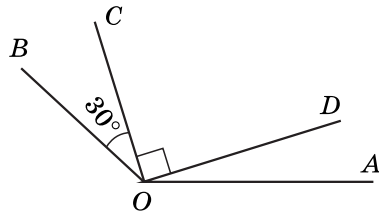


В2

① $\angle AOC = 3\angle BOC$.
 $\angle AOB, \angle BOC$ — ?

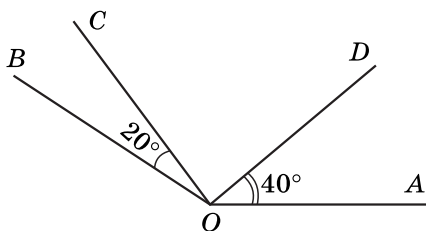


② $\angle BOD = 6\angle AOD$.
 $\angle AOB, \angle AOD$ — ?

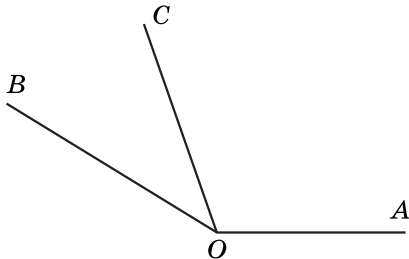


В3

① $\angle AOB = 150^\circ$.
 $\angle COD, \angle BOD, \angle AOC$ — ?

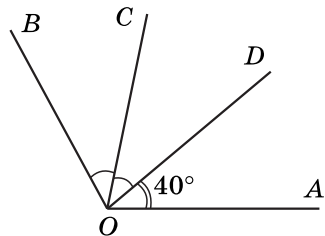


② $\angle AOB = 150^\circ$,
 $\angle AOC - \angle BOC = 70^\circ$.
 $\angle AOC, \angle BOC$ — ?

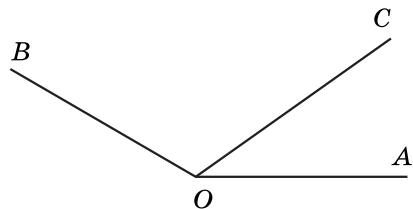


В4

① $\angle AOB = 120^\circ$.
 $\angle BOD, \angle AOC, \angle BOC$ — ?



② $\angle AOB = 150^\circ$,
 $\angle BOC - \angle AOC = 80^\circ$.
 $\angle BOC, \angle AOC$ — ?

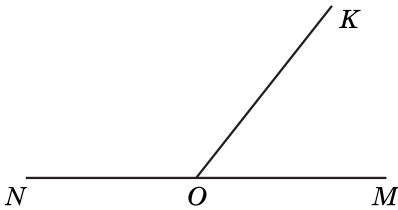


С-2. Измерение углов

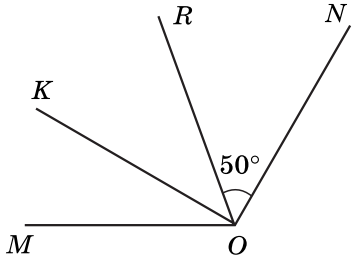
Группа «Б»

B1

① $5\angle NOK = 13\angle MOK$.
 $\angle NOK, \angle MOK$ — ?

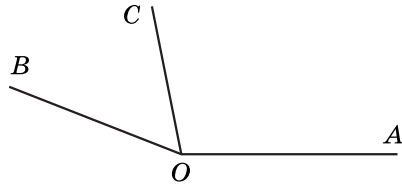


② $\angle MON = 120^\circ$,
 $\angle MOK : \angle KOR = 3 : 4$.
 $\angle MOR, \angle KOR, \angle MOK$ — ?

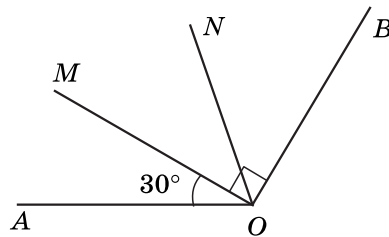


B2

① $\angle AOB = 160^\circ$,
 $5\angle BOC = 3\angle AOC$.
 $\angle AOC, \angle BOC$ — ?

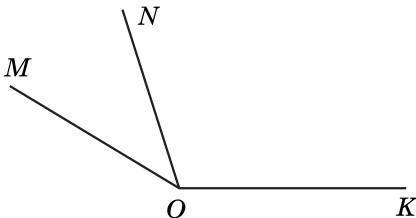


② $\angle MON : \angle BON = 4 : 5$.
 $\angle MON, \angle BON, \angle AON$ — ?

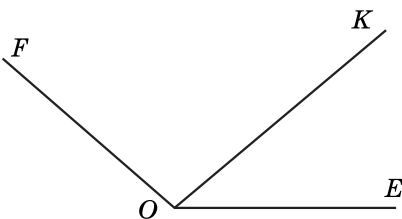


B3

① $\angle MOK = 150^\circ$,
 $\angle KON - \angle MON = 70^\circ$.
 $\angle MON, \angle KON$ — ?

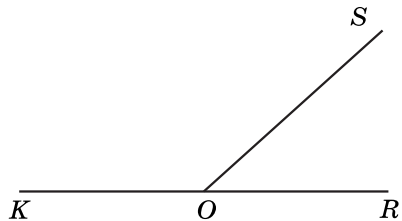


② $\angle FOE = 140^\circ$,
 $\angle FOK + \angle KOE = 2(\angle FOK - \angle KOE) + 20^\circ$.
 $\angle FOK, \angle KOE$ — ?

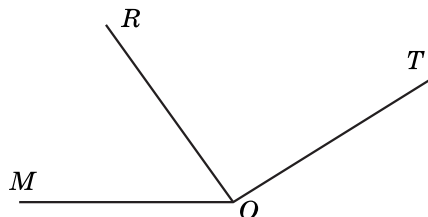


B4

① $\angle KOS - 3\angle ROS = 20^\circ$.
 $\angle KOS, \angle ROS$ — ?



② $\angle MOT = 150^\circ$,
 $\angle ROT + \angle ROM = 4(\angle ROT - \angle ROM) - 10^\circ$.
 $\angle ROT, \angle ROM$ — ?

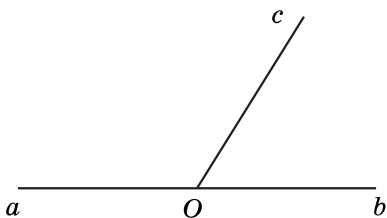


С-3. Смежные углы

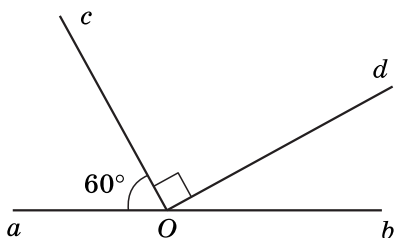
Группа «А»

В1

- ① $\angle ac = 2\angle bc$.
 $\angle bc, \angle ac$ — ?

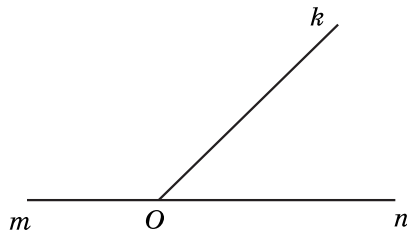


- ② $\angle bd$ — ?

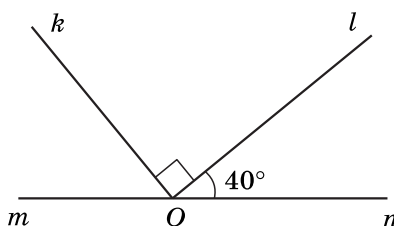


В2

- ① $\angle mk = 3\angle nk$.
 $\angle mk, \angle nk$ — ?

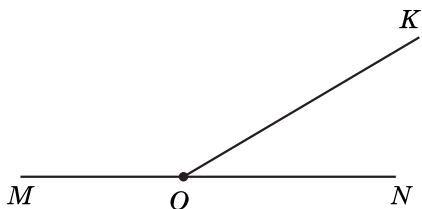


- ② $\angle mk$ — ?

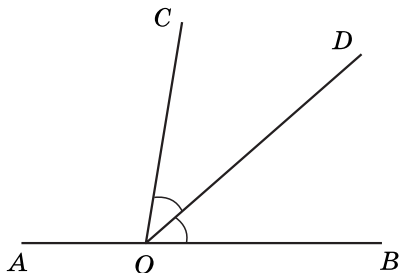


В3

- ① $\angle KON = 20\% \angle MOK$.
 $\angle KON, \angle MOK$ — ?

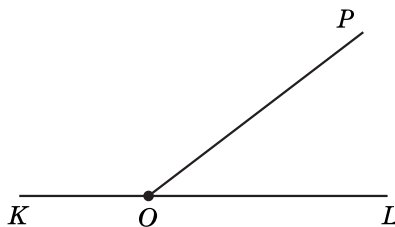


- ② $\angle AOC - \angle COD = 60^\circ$.
 $\angle AOD, \angle COD$ — ?

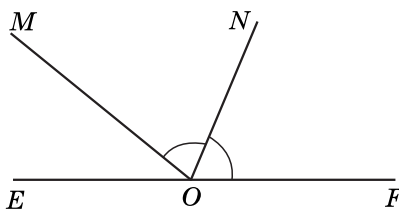


В4

- ① $\angle POL = 25\% \angle KOP$.
 $\angle POL, \angle KOP$ — ?



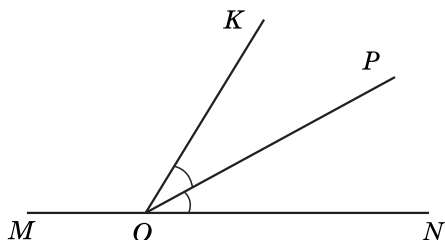
- ② $\angle NOF - \angle MOE = 30^\circ$.
 $\angle NOF, \angle MOE$ — ?



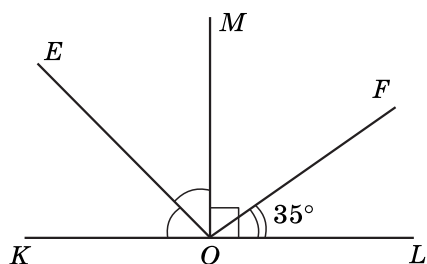
С-3. Смежные углы

Группа «Б»

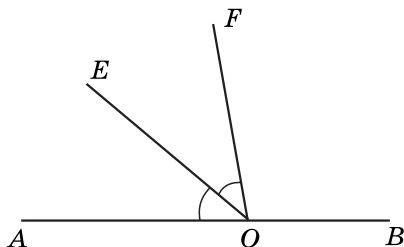
- B1** ① $\angle PON = 25\% \angle MOK$.
 $\angle MOK, \angle KON$ — ?



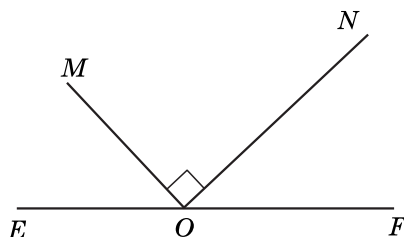
- ② $\angle EOF$ — ?



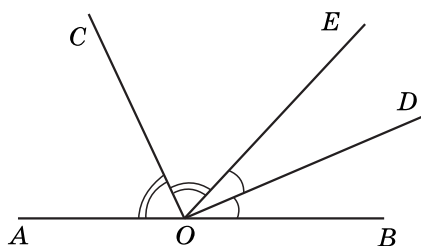
- B2** ① $\angle AOE = 40\% \angle BOF$.
 $\angle BOF, \angle BOE$ — ?



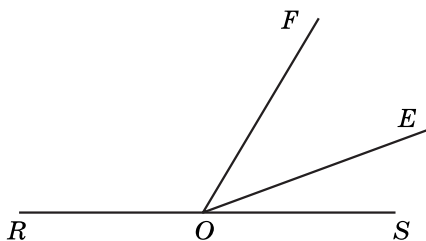
- ② $\angle EON = \angle FOM$.
 $\angle EOM, \angle NOF$ — ?



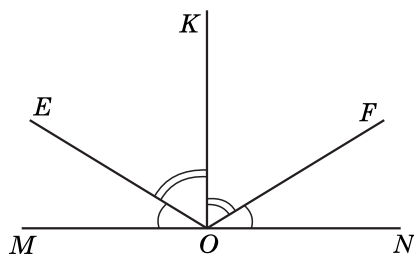
- B3** ① $\angle COD$ — ?



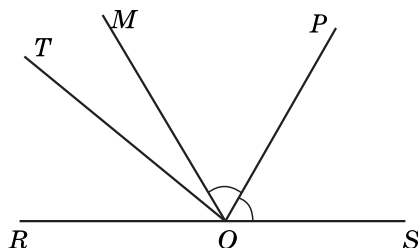
- ② $\angle ROF = 6\angle EOS$,
 $\angle EOS = 50\% \angle FOE$.
 $\angle ROF, \angle EOS$ — ?



- B4** ① $\angle MOK, \angle NOK$ — ?

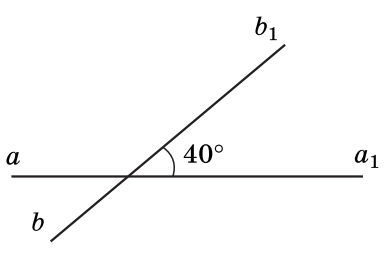
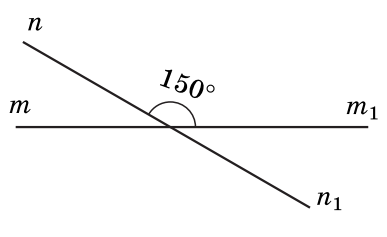
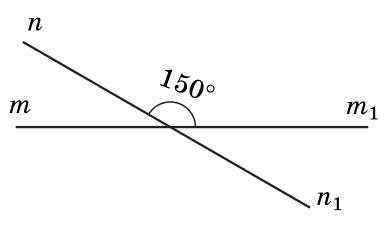
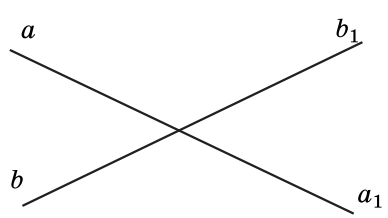
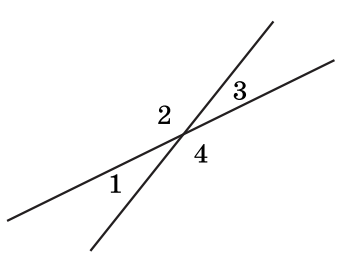
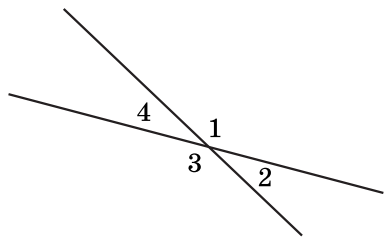
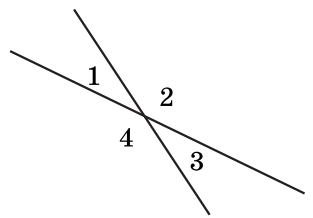
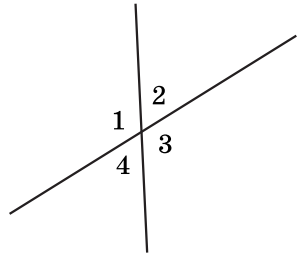


- ② $\angle TOM = 50\% \angle ROT$,
 $\angle MOR = 3\angle TOM, \angle TOP = 80^\circ$.
 $\angle TOM$ — ?



С-4. Вертикальные углы

Группа «А»

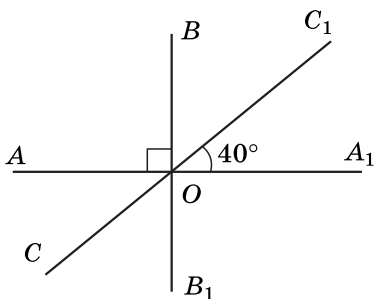
<p>В1 ① $\angle ab, \angle ab_1, \angle a_1b - ?$</p>  <p>② $\angle mn + \angle m_1n_1 = 60^\circ$. $\angle mn, \angle mn_1 - ?$</p> 	<p>В2 ① $\angle mn, \angle mn_1, \angle m_1n_1 - ?$</p>  <p>② $\angle ab_1 + \angle a_1b = 260^\circ$. $\angle ab, \angle a_1b - ?$</p> 
<p>В3 ① $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 205^\circ$. $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4 - ?$</p>  <p>② $\angle 1 = 5\angle 2$. $\angle 1, \angle 2 - ?$</p> 	<p>В4 ① $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 150^\circ$. $\angle 1, \angle 2, \angle 3, \angle 4 - ?$</p>  <p>② $\angle 1 = 2\angle 2$. $\angle 1, \angle 2 - ?$</p> 

С-4. Вертикальные углы

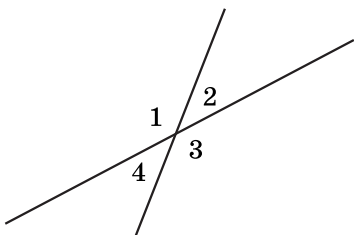
Группа «Б»

В1

① $\angle AOC_1 = ?$

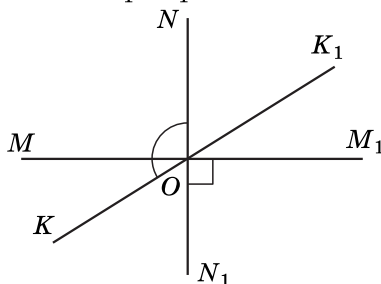


② $\angle 1 - \angle 2 - \angle 4 = 60^\circ$.
 $\angle 1, \angle 2 = ?$

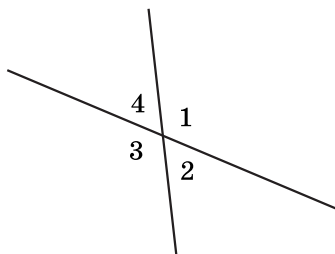


В2

① $\angle KON = 120^\circ$.
 $\angle M_1OK_1 = ?$

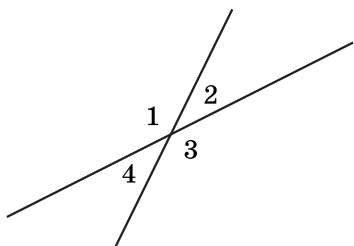


② $\angle 1 = \angle 2 + \angle 3 - 60^\circ$.
 $\angle 1, \angle 2 = ?$

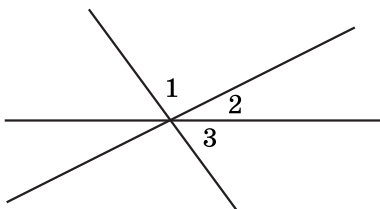


В3

① $\angle 1 = 2(\angle 2 + \angle 4)$.
 $\angle 1, \angle 2 = ?$

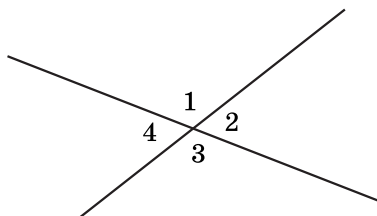


② $\angle 1 + \angle 2 - \angle 3 = 70^\circ$.
 $\angle 1 - \angle 2 = 75^\circ$.
 $\angle 1, \angle 2, \angle 3 = ?$

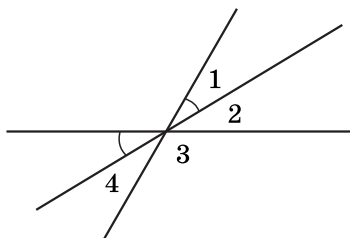


В4

① $\angle 1 + \angle 3 = 2(\angle 2 + \angle 4)$.
 $\angle 1, \angle 2 = ?$



② $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 6\angle 4$.
 $\angle 1, \angle 2, \angle 3 = ?$



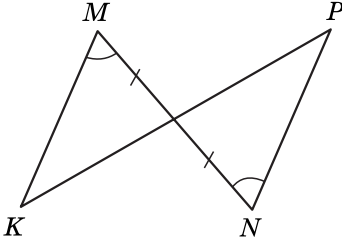
С-5. Признаки равенства треугольников

Найти пары равных треугольников и доказать их равенство.

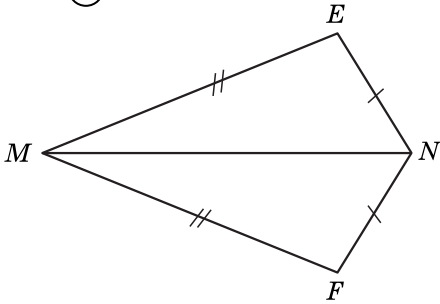
Группа «А»

В1

①

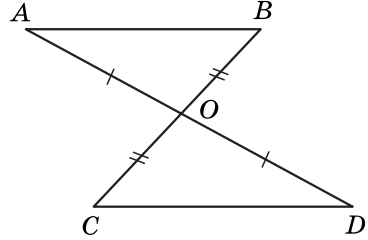


②

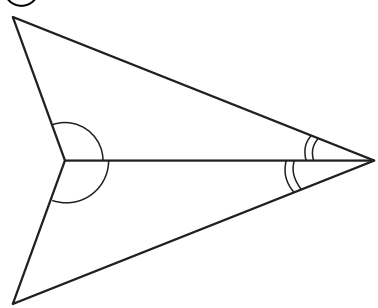


В2

①

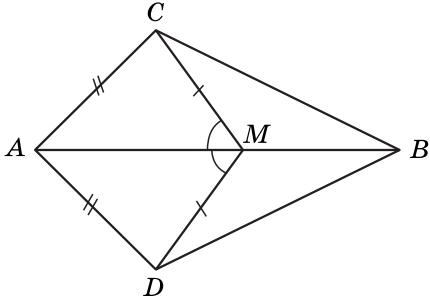


②

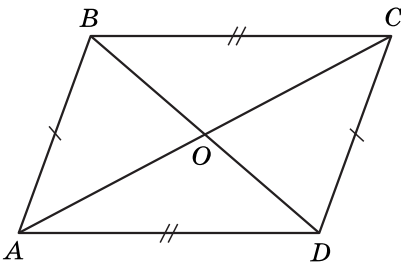


В3

①

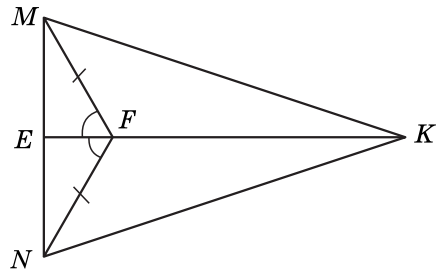


②

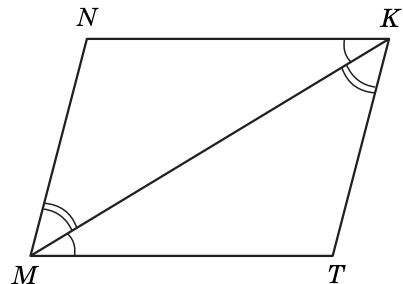


В4

①



②



В3.1.

Известно, что площадь описанного многоугольника равна половине произведения его периметра на радиус вписанной окружности (см. *Атанасян Л. С.* и др. Геометрия. 7–9 классы, № 697).

Значит, $S_{RKLT} = \frac{1}{2}(KL + LT + RT + KR) \cdot OM$. Но $KL + RT = KR + LT$

(по свойству описанного четырехугольника).

Тогда $S_{RKLT} = \frac{1}{2}(42 + 42) \cdot 8 = 336$.

Ответ: 336.

В4.2.

По условию $\angle A = \angle D$ и $AD \parallel BC$, значит, $ABCD$ — равнобедренная трапеция.

$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BE$, где BE — высота трапеции. Так как трапе-

ция описана около окружности, то $AD + BC = 2AB$, $S_{ABCD} = AB \cdot BE$, где $AB = CD = 26$, $BE = 2r = 2 \cdot OK$, где OK — радиус вписанной окружности. Но $\triangle COD$ — прямоугольный, где OK — высота, опущенная из вершины прямого угла на гипотенузу, тогда

$$OK = \sqrt{CK \cdot KD} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{144} = 12.$$

Значит, $S_{ABCD} = 26 \cdot 24 = 624$.

Ответ: 624.

С-22. «Б»**В2.2.**

Заметим, что отрезки касательных, проведенных к окружности из точки, взятой вне ее, равны (по свойству касательных).

Пусть $BM = BK = x$, $CN = CM = y$, $AN = AK = z$.

По условию $AB = 10$, $BC = 20$, $AC = 24$, тогда получим систему урав-

$$\text{нений } \begin{cases} x + z = 10, \\ x + y = 20, \\ y + z = 24. \end{cases}$$

Складывая уравнения системы, имеем

$$2(x + y + z) = 54, \text{ или } x + y + z = 27.$$

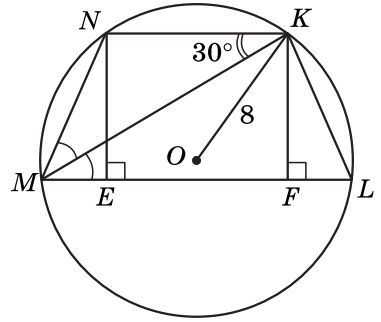
Так как $y + z = 24$, то $x + 24 = 27$, $x = 3$.

Итак, $BM = x = 3$.

Ответ: 3.

В3.2.

Проведем высоты NE и KF на основание ML . Так как $ML \parallel NK$, то $MNKL$ — трапеция (равнобедренная). По условию MK — биссектриса. Заметим, что $\angle KML = \angle MKN = 30^\circ$ (как внутренние накрест лежащие при параллельных прямых ML, NK и секущей MK). Тогда $\angle NMK = \angle MKN = 30^\circ$, т. е. $\triangle MNK$ — равнобедренный.



Пусть $NK = 2x$, $ML = 2y$, $MN = NK = 2x$.

Из $\triangle MNE$ $ME = \frac{1}{2}MN = x$,

$$NE = \sqrt{4x^2 - x^2} = \sqrt{3x^2} = x\sqrt{3}.$$

Из $\triangle MKF$ $MK = 2 \cdot KF = 2 \cdot NE = 2x\sqrt{3}$.

$$S_{\triangle MKL} = \frac{1}{2}ML \cdot KF = \frac{1}{2} \cdot 2y \cdot x\sqrt{3} = \sqrt{3}xy.$$

С другой стороны, $S_{\triangle MKL} = \frac{MK \cdot KL \cdot ML}{4 \cdot OL}$, или $S_{\triangle MKL} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2y$, зна-

чит, $\sqrt{3}xy = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2y$, откуда $x = 4$.

Следовательно, $S_{MNKL} = \frac{1}{2}(ML + NK) \cdot NE = (x + y) \cdot \sqrt{3}x$.

Но $ML = 2ME + EF = 2ME + NK = 4x$, или $2y = 4x$, $y = 2x = 8$.

Значит, $S_{MNKL} = (4 + 8) \cdot 4\sqrt{3} = 48\sqrt{3}$.

Ответ: $48\sqrt{3}$.

В4.1.

1 способ

В равнобедренном $\triangle MKN$ $KM = KN = 10$ (по условию), OT — радиус вписанной окружности, тогда $OT \perp MN$. Проведем высоту KT . В $\triangle MTK$ $MT = MK \cos \angle M = 10 \cdot 0,6 = 6$, тогда $MN = 12$.

Из $\triangle MKT$ по теореме Пифагора $KT = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{64} = 8$.

$S_{\triangle MKN} = \frac{1}{2}MN \cdot KT$, с другой стороны, $S_{\triangle MKN} = p \cdot r = \frac{1}{2}(MK + KN +$

$+ MN) \cdot OT$, тогда получим $12 \cdot 8 = (10 + 10 + 12) \cdot OT$, или $32 \cdot OT = 12 \cdot 8$, откуда $OT = 3$.

Ответ: 3.

II способ

Пусть E — точка касания окружности и касательной MK . Заметим, что $\triangle MTK \sim \triangle OEK$ (как прямоугольные, имеющие общий острый $\angle MKT$). Из подобия получим $\frac{MT}{KT} = \frac{OE}{EK}$, где $MT = 6$, $KT = 8$ (см. I способ).

Кроме того, $EK = 10 - ME = 10 - MT = 4$, значит, $OE = \frac{6 \cdot 4}{8} = 3$. Но

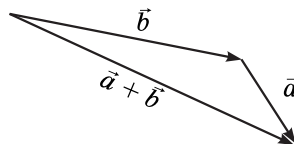
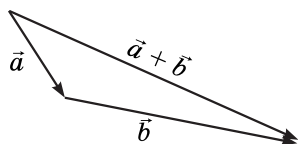
$$OE = OT = 3.$$

Ответ: 3.

9 класс

С-1. «А»

В2.1.



В3.2.

б) $|\overline{NO}| = |\overline{OL}|$; в) $|\overline{KM}| > |\overline{KN}|$.

В4.1.

$$\begin{aligned} |\overline{TS} - \overline{TR} + \overline{SK}| &= |\overline{TS} + \overline{SK} - \overline{TR}| = |\overline{TK} - \overline{TR}| = |\overline{TK} + \overline{RT}| = \\ &= |\overline{RT} + \overline{TK}| = |\overline{RK}| = RK = \sqrt{12^2 + 5^2} = \sqrt{169} = 13. \end{aligned}$$

Ответ: 13.

С-1. «Б»

В1.1.

$$|\overline{BA} - \overline{BD} + \overline{BC}| = |\overline{BA} + (\overline{DB} + \overline{BC})| = |\overline{BA} + \overline{DC}|.$$

По условию $ABCD$ — прямоугольная трапеция, где $BD = 2\sqrt{2}$, $\angle CBD = 45^\circ$ и $\angle ABD = 90^\circ$. Проведем высоту BE к основанию AD . Заметим, что $\angle CBD = \angle ADB = 45^\circ$ — как внутренние накрест лежащие углы при параллельных прямых BC , AD и секущей BD . Тогда $\angle A = 45^\circ$, т. е. $\triangle ABD$ — равнобедренный и прямоугольный.

Кроме того, $CD = BE$ (как высоты трапеции) и $CD \parallel BE$.

Значит, $|\overline{BA} + \overline{DC}| = |\overline{BA} + \overline{EB}| = |\overline{EA}|$.

Из $\triangle DBA$, где $\angle ABD = 90^\circ$, $AB = BD = 2\sqrt{2}$, имеем
 $AD^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 16$, $AD = 4$, тогда $AE = 2$, значит, $|\overline{EA}| = 2$.

Ответ: 2.

В1.2.

Пусть $CM = 3x$, $MB = 2x$, $CB = 5x$.

$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$, откуда $\overline{AC} = \overline{AB} - \overline{CB} = b - 5\bar{x}$.

Аналогично $\overline{AC} + \overline{CM} = \overline{AM}$, или $\overline{AC} + 3\bar{x} = \bar{a}$, откуда $\overline{AC} = \bar{a} - 3\bar{x}$.

Значит, $\bar{a} - 3\bar{x} = b - 5\bar{x}$, или $2\bar{x} = -\bar{a} + \bar{b}$, $\bar{x} = -\frac{1}{2}\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b}$, тогда

$$\overline{AC} = \bar{a} - 3\bar{x} = \bar{a} - 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b} \right) = \bar{a} + \frac{3}{2}\bar{a} - \frac{3}{2}\bar{b} = \frac{5}{2}\bar{a} - \frac{3}{2}\bar{b}.$$

Ответ: $\overline{AC} = \frac{5}{2}\bar{a} - \frac{3}{2}\bar{b}$.

В3.1.

Так как $MNKP$ — параллелограмм, то точка O — середина диагоналей PN и MK . Тогда $\overline{MO} = \frac{1}{2}(\overline{MN} + \overline{MP})$ (см. Атанасян Л. С. и др. Геометрия. 7–9 классы, п. 84, задача 1), или $\overline{MO} = \frac{1}{2}(\bar{a} + \bar{b}) = \frac{1}{2}\bar{a} + \frac{1}{2}\bar{b}$. Значит,

$$\overline{OM} = -\frac{1}{2}\bar{a} - \frac{1}{2}\bar{b}.$$

Аналогично $\overline{MA} = \frac{1}{2}(\overline{MN} + \overline{MK})$. Но $\overline{MK} = \overline{MN} + \overline{MP} = \bar{b} + \bar{a}$ (по правилу параллелограмма), тогда $\overline{MA} = \frac{1}{2}(\bar{b} + \bar{b} + \bar{a}) = \frac{1}{2}\bar{a} + \bar{b}$.

Ответ: $\overline{OM} = -\frac{1}{2}\bar{a} - \frac{1}{2}\bar{b}$, $\overline{MA} = \frac{1}{2}\bar{a} + \bar{b}$.

С-2. «А»

В1.1.

По условию задачи $QR - SM = 8$, $EF = 20$. Пусть $QR = x$, $SM = y$, тогда $x - y = 8$.

Так как EF — средняя линия трапеции, то $x + y = 40$. Имеем систему уравнений $\begin{cases} x + y = 40, \\ x - y = 8; \end{cases} \begin{cases} 2x = 40 + 8, \\ 2y = 40 - 8; \end{cases} \begin{cases} x = 24, \\ y = 16. \end{cases}$

Значит, $QR = x = 24$, $SM = y = 16$.

Ответ: $QR = 24$, $SM = 16$.

ОТВЕТЫ

7 класс

С-1. «А»

- B1.** 1. $CD = 8$. 2. $MK = 9$; $KN = 18$.
B2. 1. $FN = 8$. 2. $CE = 6$; $DE = 18$.
B3. 1. $KM = 15$; $MF = 6$. 2. $ST = 28$; $MN = 14$.
B4. 1. $AC = 3$; $AD = 11$, $BC = 11$. 2. $FM = 15$.

С-1. «Б»

- B1.** 1. $MK = 5$; $KN = 15$. 2. $ME = 7$.
B2. 1. $EM = 30$; $MF = 6$. 2. $EM = 8$; $MN = 9$.
B3. 1. $AC = 19$. 2. $MK = 28$; $KN = 12$.
B4. 1. $EN = 15$. 2. $MN = 42$; $PN = 30$.

С-2. «А»

- B1.** 1. $\angle AOC = 30^\circ$; $\angle BOC = 120^\circ$. 2. $\angle AOB = 140^\circ$; $\angle BOD = 20^\circ$.
B2. 1. $\angle AOB = 160^\circ$; $\angle BOC = 40^\circ$. 2. $\angle AOB = 140^\circ$; $\angle AOD = 20^\circ$.
B3. 1. $\angle COD = 90^\circ$; $\angle BOD = 110^\circ$; $\angle AOC = 130^\circ$. 2. $\angle AOC = 110^\circ$;
 $\angle BOC = 40^\circ$.
B4. 1. $\angle BOD = \angle AOC = 80^\circ$; $\angle BOC = 40^\circ$. 2. $\angle BOC = 115^\circ$; $\angle AOC = 35^\circ$.

С-2. «Б»

- B1.** 1. $\angle NOK = 130^\circ$; $\angle MOK = 50^\circ$. 2. $\angle MOR = 70^\circ$; $\angle KOR = 40^\circ$;
 $\angle MOK = 30^\circ$.
B2. 1. $\angle AOC = 100^\circ$; $\angle BOC = 60^\circ$. 2. $\angle MON = 40^\circ$; $\angle BON = 50^\circ$;
 $\angle AON = 70^\circ$.
B3. 1. $\angle MON = 40^\circ$; $\angle KON = 110^\circ$. 2. $\angle FOK = 100^\circ$; $\angle KOE = 40^\circ$.
B4. 1. $\angle KOS = 140^\circ$; $\angle ROS = 40^\circ$. 2. $\angle ROT = 95^\circ$; $\angle ROM = 55^\circ$.

С-3. «А»

- B1.** 1. $\angle bc = 60^\circ$; $\angle ac = 120^\circ$. 2. $\angle bd = 30^\circ$.
B2. 1. $\angle mk = 135^\circ$; $\angle nk = 45^\circ$. 2. $\angle mk = 50^\circ$.

C-9. «Б»

B1. 1. 270. 2. 30.

B2. 1. 42. 2. 80.

B3. 1. 8. 2. 52.

B4. 1. 126. 2. 78.

C-10. «А»

B1. 1. 266. 2. 99.

B2. 1. 121,5. 2. 88.

B3. 1. 180. 2. 63.

B4. 1. 150. 2. 68.

C-10. «Б»

B1. 1. 800. 2. 70.

B2. 1. 800. 2. 63.

B3. 1. 100. 2. 49.

B4. 1. 338. 2. 360.

C-11. «А»

B1. 1. 10. 2. 13.

B2. 1. 29. 2. $225/17$.

B3. 1. $2\sqrt{6}(1+\sqrt{3})$. 2. 17.

B4. 1. $6\sqrt{3}$. 2. 37.

C-11. «Б»

B1. 1. 5. 2. $\sqrt{73}$.

B2. 1. $6\sqrt{6}$. 2. 1) 15; 2) $70/\sqrt{29}$.

B3. 1. 10. 2. 25.

B4. 1. 30. 2. 7.

C-12. «А»

B1. 1. $x = 18$. 2. $x = 16$; $y = 20$.

B2. 1. $x = 29$; $y = 49$; $z = 35$.

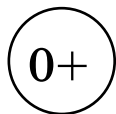
B3. 1. $x = 16$; $y = 24$. 2. $x = 92$.

B4. 1. $x = 8$; $y = 12$. 2. $x = 26$.

Содержание

Предисловие	3
Распределение самостоятельных работ	4
7 класс	4
8 класс	5
9 класс	7
Самостоятельные работы	9
7 класс	9
8 класс	37
9 класс	81
Решения некоторых задач	109
7 класс	109
8 класс	123
9 класс	156
Краткие теоретические сведения	183
Планиметрия	183
Ответы	206
7 класс	206
8 класс	210
9 класс	218

EAC



Учебное издание

Балаян Эдуард Николаевич

ГЕОМЕТРИЯ
САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ
НА ГОТОВЫХ ЧЕРТЕЖАХ

7–9 классы

Ответственный редактор *С. Осташов*

Формат 70 × 100/16. Бумага тип. № 2.
Тираж 3500. Заказ №

Издатель и Изготовитель: ООО «Феникс»
Юр. и факт. адрес: 344011, Россия, Ростовская обл.,
г. Ростов-на-Дону, ул. Варфоломеева, 150.
Тел./факс: (863) 261-89-50, 261-89-59.

Изготовлено в России. Дата изготовления: 02.2023.
Срок годности не ограничен

Отпечатано в ООО «Принт-М»
142300, Россия, Московская обл., г. Чехов, ул. Полиграфистов 1 /
Корпус Производственный Б, помещение 279, этаж 4.