

Большая перемена

Э. Н. Балаян

РЕПЕТИТОР ПО ГЕОМЕТРИИ

для 10–11 классов

- *Подготовка к ЕГЭ*
- *Краткие теоретические сведения*
- *180 задач с решениями*
- *Более 800 задач для самостоятельного решения*

Издание третье

Ростов-на-Дону

Феникс
2024

УДК 373.167.1:514
ББК 22.14я72
КТК 444
Б20

Балаян Э. Н.

Б20 Репетитор по геометрии для 10–11 классов / Э. Н. Балаян. — Изд. 3-е. — Ростов н/Д : Феникс, 2024. — 288 с. : ил. — (Большая перемена).

ISBN 978-5-222-41410-1

Предлагаемая вниманию старшеклассников книга поможет самостоятельно научиться решать задачи по курсу геометрии, а также эффективно подготовиться к сдаче ЕГЭ.

Она содержит более 1000 задач, из которых 180 даны с решениями, а остальные предназначены для самостоятельного решения.

Предлагаемые задачи даны на готовых чертежах, что дает возможность значительно сэкономить время на их решение. Эти задачи не только помогут углубить знания, проверить и закрепить практические навыки при систематическом изучении курса стереометрии, но и предоставляют хорошую возможность для самостоятельной подготовки к урокам, успешной сдаче ЕГЭ и вступительным экзаменам по математике.

Для удобства пользования книгой приводятся краткие теоретические сведения по всему курсу геометрии 7–11 классов, сопровождаемые определениями, рисунками и необходимыми справочными материалами. Ко всем задачам на вычисление даны ответы.

Репетитор предназначен для самостоятельной подготовки к ЕГЭ, а также к урокам геометрии. Рекомендован старшеклассникам и абитуриентам общеобразовательных школ, гимназий, лицеев, слушателям подготовительных отделений вузов, учителям математики, студентам педвузов и репетиторам.

ISBN 978-5-222-41410-1

УДК 371.167.1:514
ББК 22.14я72

© Балаян Э. Н., 2021

© Оформление, ООО «Феникс», 2021

Посвящается светлой памяти моих родителей:
Марал Айрапетовны и Николая Аванесовича

Предисловие

Не секрет, что решение геометрических задач на ЕГЭ и ОГЭ вызывает у выпускников большие затруднения и что геометрия как предмет является объективно более сложной для изучения, чем алгебра.

Цель настоящей книги — помочь ученикам устранить пробелы в знаниях и эффективно подготовиться к успешной сдаче ЕГЭ.

Учитывая различный уровень подготовки каждого ученика, автор счел необходимым разделить задачи на готовых чертежах для самостоятельного решения на две группы.

Задачи первой группы (группа «А») соответствуют заданиям среднего уровня сложности, а задачи второй группы (группа «Б») являются более сложными и направлены на выработку умений и навыков на высоком уровне программных требований. Задачи этой группы могут быть использованы для организации индивидуальной работы на уроках с сильными учениками, на факультативных занятиях, олимпиадах, а также в работе математического кружка. Эти задачи дают возможность учителю вести дифференцированное обучение учащихся.

Книга состоит из четырех разделов, каждый из которых содержит параграфы по темам.

Первый раздел содержит тематические задачи, соответствующие программному материалу по основным темам стереометрии 10–11 классов.

Каждый параграф содержит достаточное количество задач с подробными решениями и обоснованиями, а остальные задачи даны в виде таблиц на готовых чертежах, разбитых на две группы: «А» и «Б».

Во втором разделе приводятся типовые задачи для подготовки к ЕГЭ (задача 14) на многогранники и круглые тела.

Часть задач дана с подробным решением и обоснованием, как и требуется на экзамене, а остальные задачи — для самостоятельного решения. Ко всем задачам в конце книги даны ответы, что дает возможность проверить правильность решения.

В третьем и четвертом разделах приводятся краткие теоретические сведения по курсу планиметрии (7–9 классы) и стереометрии (10–11 классы), сопровождаемые необходимыми определениями, свойствами и справочными материалами.

Материал изложен в конспективной форме, но его достаточно, чтобы им мог пользоваться не только старшеклассник, но и тот, кто не знаком с каким-либо разделом, и тот, кто окончил школу ранее и изрядно подзабыл материал.

В дополнение к этой книге рекомендуется использовать вышедшие в издательстве «Феникс» книги автора: «Репетитор по геометрии для 7–9 классов» и «Геометрия: задачи на готовых чертежах для подготовки к ЕГЭ. 10–11 классы» (базовый и профильный уровни).

Раздел I

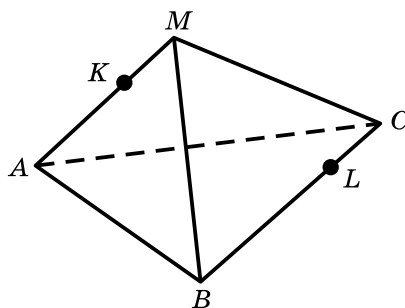
ТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

10 КЛАСС

§ 1. Аксиомы стереометрии и их следствия

Пример 1. Назовите:

- 1) точку пересечения прямой KM с плоскостью ABC ;
- 2) линию пересечения плоскостей AKB и LAB ;
- 3) две плоскости, которые пересекает прямая MC .

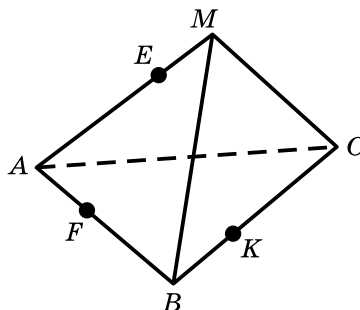


Решение.

- 1) Точкой пересечения прямой и плоскости ABC является точка A .
- 2) Плоскости AKB и LAB пересекаются по прямой AB .
- 3) Прямая MC пересекает плоскости MAC и MBC .

Пример 2.

- 1) Назовите плоскость, проходящую через прямую EF и точку C ;
- 2) назовите плоскость, проходящую через прямую FK и точку M ;
- 3) постройте точку пересечения прямой EF с плоскостью MBC .



Решение.

- 1) Через прямую EF и точку C проходит плоскость EFC .
- 2) Через прямую FK и точку M проходит плоскость MFK .
- 3) *Указание.* Искомой точкой является точка пересечения прямых FE и CM .

Пример 3. Назовите:

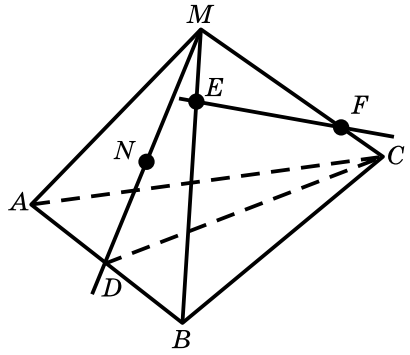
- 1) плоскости, в которых лежат прямые ND и EF ;
- 2) точку пересечения прямой MN с плоскостью ABC ;
- 3) прямую, по которой пересекаются плоскости MNC и ABC .

Решение.

1) Прямые ND и EF лежат соответственно в плоскостях MAB и MBC .

2) Прямая MN пересекается с плоскостью ABC в точке D .

3) Плоскости MNC и ABC пересекаются по прямой CD .



Пример 4. Назовите:

1) точку пересечения прямой EF с плоскостью DCC_1 ;

2) прямую, по которой пересекаются плоскости CC_1D_1 и BCB_1 ;

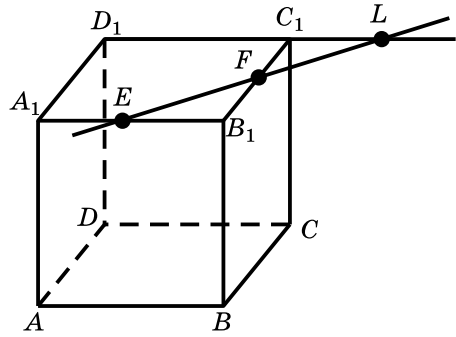
3) точку пересечения прямых EF и D_1C_1 .

Решение.

1) Прямая EF пересекается с плоскостью DCC_1 в точке L .

2) Плоскости CC_1D_1 и BCB_1 пересекаются по прямой CC_1 .

3) Прямые EF и D_1C_1 пересекаются в точке L .



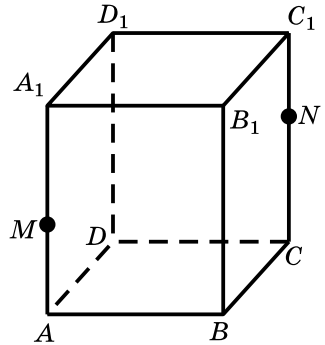
Пример 5. Назовите:

1) плоскость, проходящую через точку N и прямую AC ;

2) прямую ее пересечения с плоскостью $B_1C_1D_1$.

Постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью VCD .

Указание. Искомой точкой является точка пересечения прямых MN и AC .

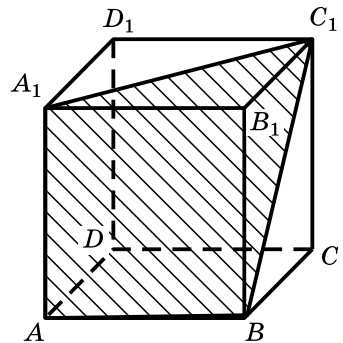


Пример 6.

На рисунке изображено сечение параллелепипеда плоскостью.

Найдите ошибку в рисунке. Ответ обоснуйте.

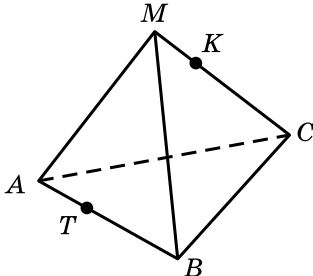
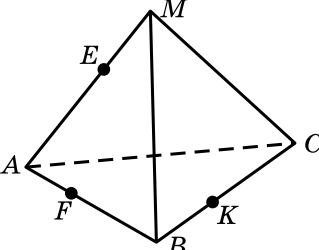
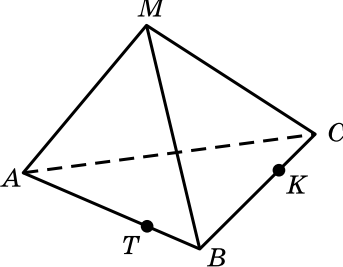
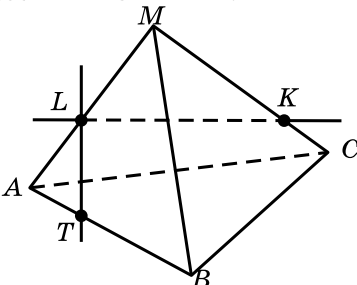
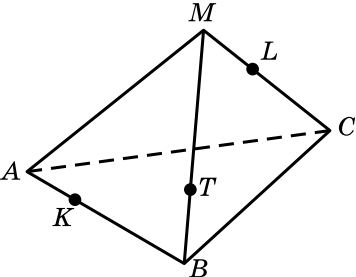
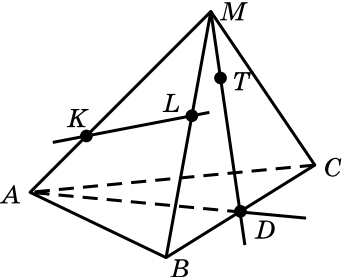
Указание. Вершины данного сечения не лежат в одной плоскости.



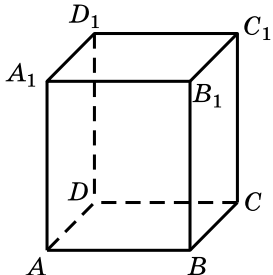
АКСИОМЫ СТЕРЕОМЕТРИИ И ИХ СЛЕДСТВИЯ

Группа «А»

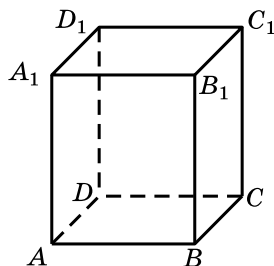
Таблица 1

<p>1 Назовите: 1) две точки, не принадлежащие плоскости $МAB$; 2) прямую, по которой пересекаются плоскости ABC и $МСТ$; 3) плоскость, проходящую через прямые AB и MT.</p> 	<p>4 1) Назовите плоскость, проходящую через прямую EF и точку C; 2) назовите плоскость, проходящую через прямую FK и точку M; 3) постройте точку пересечения прямой EF с плоскостью MBC.</p> 
<p>2 Назовите: 1) две точки, не принадлежащие плоскости $МAB$; 2) прямую, по которой пересекаются плоскости $МAB$ и MTK; 3) плоскость, проходящую через прямые MK и BC.</p> 	<p>5 Назовите: 1) четыре точки, лежащие в плоскости MAC; 2) плоскость, в которой лежит прямая LK; 3) прямую, по которой пересекаются плоскости MAC и $МAB$.</p> 
<p>3 Назовите: 1) две плоскости, содержащие прямую BC; 2) прямую, по которой пересекаются плоскости MTK и $МAB$; 3) две плоскости, которые пересекает прямая AC.</p> 	<p>6 Назовите: 1) плоскости, в которых лежат прямые KL и MT; 2) точку пересечения прямой MT с плоскостью ABC; 3) прямую, по которой пересекаются плоскости $МАТ$ и ABC.</p> 

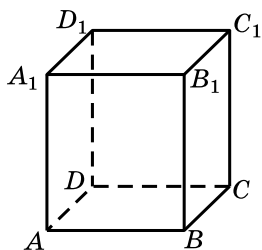
- 7** Назовите: 1) три плоскости, содержащие точку A ;
2) прямую, по которой пересекаются плоскости ABC и BDD_1 ;
3) плоскость, проходящую через прямые B_1D и A_1D .



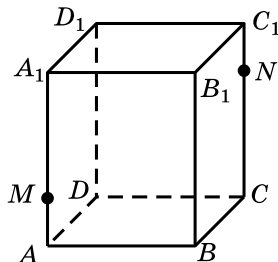
- 10** Назовите: 1) три плоскости, содержащие точку B ;
2) прямую, по которой пересекаются плоскости $A_1B_1C_1$ и AA_1C_1 ;
3) плоскость, проходящую через прямые AB и AC_1 .



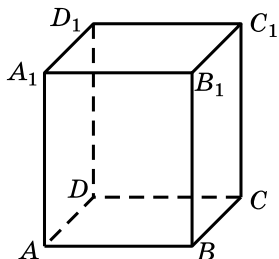
- 8** Назовите: 1) три плоскости, содержащие точку C ;
2) прямую, по которой пересекаются плоскости ABC и ACC_1 ;
3) плоскость, проходящую через прямые A_1C и B_1C .



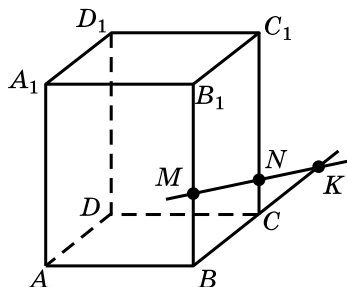
- 11** Назовите: 1) плоскость, проходящую через точку M и прямую AC ;
2) прямую ее пересечения с плоскостью ABC ;
3) точку пересечения прямой AB с плоскостью BCD .

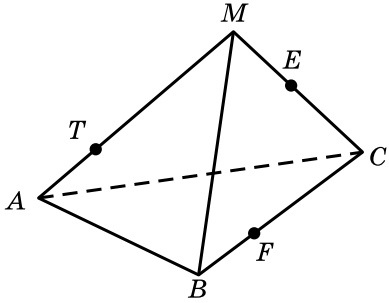
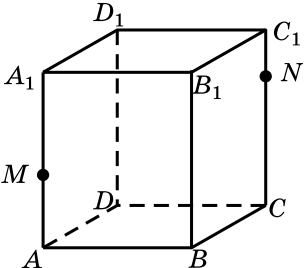
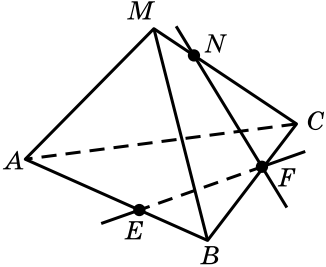
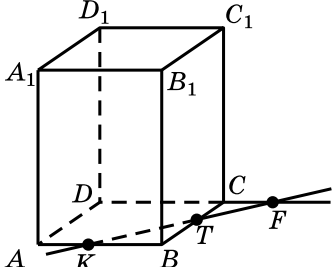
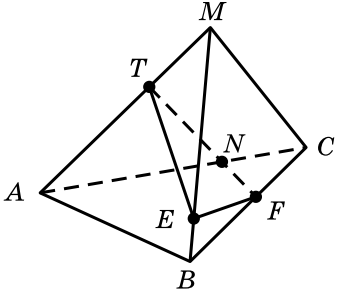
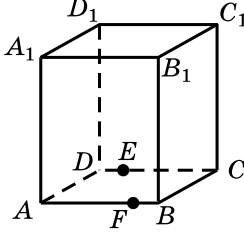


- 9** Назовите: 1) плоскость, проходящую через точку D_1 и прямую A_1C_1 ;
2) две прямые, принадлежащие этой плоскости;
3) точку пересечения прямой B_1D с плоскостью A_1AB .



- 12** Назовите: 1) точку пересечения прямой MN с плоскостью ABD ;
2) прямую, по которой пересекаются плоскости AA_1D_1 и ACB ;
3) точку пересечения прямых MN и BC .



<p>1 Назовите: 1) две плоскости, содержащие прямую AC; 2) прямую, по которой пересекаются плоскости MEF и MBC; 3) две плоскости, которые пересекает прямая BC.</p> 	<p>4 1) Назовите плоскость, проходящую через точку N и прямую AC; 2) назовите прямую ее пересечения с плоскостью $B_1C_1D_1$; 3) постройте точку пересечения прямой MN с плоскостью BCD.</p> 
<p>2 Назовите: 1) четыре точки, лежащие в плоскости MBC; 2) плоскость, в которой лежит прямая EF; 3) прямую, по которой пересекаются плоскости AMC и BMC.</p> 	<p>5 Назовите: 1) точку пересечения прямой KT с плоскостью ABC; 2) прямую, по которой пересекаются плоскости BCC_1 и CC_1D_1; 3) точку пересечения прямых KT и DC.</p> 
<p>3 Точки T, E и F лежат соответственно на отрезках AM, BM и BC. Лежит ли точка N на отрезке AC?</p> 	<p>6 Постройте: 1) точку пересечения прямой EF с плоскостью CC_1B_1; 2) точку пересечения прямой C_1E с плоскостью ADD_1; 3) линию пересечения плоскости A_1EF с плоскостью BAA_1.</p> 

§ 2. Параллельность прямых в пространстве. Скрещивающиеся прямые

Пример 1.

Дано: $CC_1 \parallel BB_1$.

а) Докажите, что точки A, C_1, B_1 лежат на одной прямой.

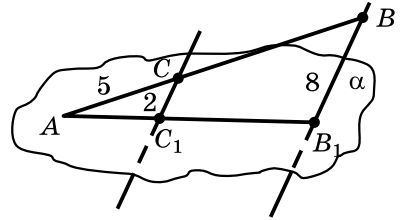
б) Найдите BC .

Решение.

Поскольку $CC_1 \parallel BB_1$ (по условию), то прямые CC_1 и BB_1 лежат в одной плоскости. Заметим, что $\triangle ACC_1 \sim \triangle ABB_1$ (по двум углам), так как $\angle A$ — общий, $\angle AC_1C = \angle AB_1B$ — как соответственные при параллельных прямых CC_1, BB_1 и секущей AB_1 .

Пусть $BC = x$, тогда получим $\frac{AB}{BB_1} = \frac{AC}{CC_1}$, или $\frac{5+x}{8} = \frac{5}{2}$, или $2(5+x) = 5 \cdot 8$, или $5+x = 20$, откуда $x = 15$. Значит, $BC = 15$.

Ответ: $BC = 15$.



Пример 2.

Дано: квадрат $ABCD$ и трапеция $FMNE$ не лежат в одной плоскости.

а) Докажите, что $FE \parallel AB$.

б) Найдите AB , если $FE = 17, MN = 5$.

Решение.

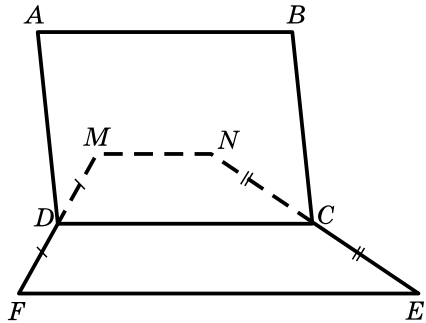
а) По условию задачи $ABCD$ — квадрат, а квадрат является параллелограммом, тогда $AB \parallel DC$. Кроме того, $FMNE$ — трапеция (по условию), значит, $MN \parallel FE$ (по определению). Выходит, что $AB \parallel DC$ и $MN \parallel FE$, тогда $AB \parallel DC \parallel MN \parallel FE$. Но DC — средняя линия трапеции $FMNE$, т. е. $DC \parallel MN \parallel FE$.

Следовательно, $FE \parallel AB$.

б) По свойству средней линии трапеции имеем $DC = \frac{1}{2}(MN + FE) = \frac{1}{2}(5 + 17) = 11$.

Значит, $AB = DC = 11$.

Ответ: $AB = 11$.



Пример 3.

Дано: отрезок $AB = 15$ пересекает плоскость α в точке C .

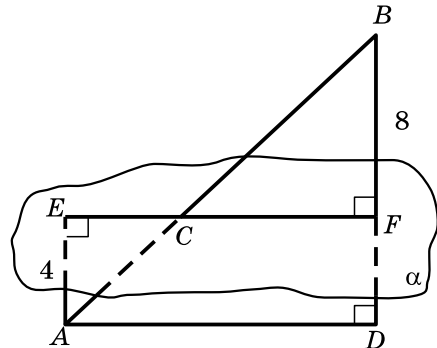
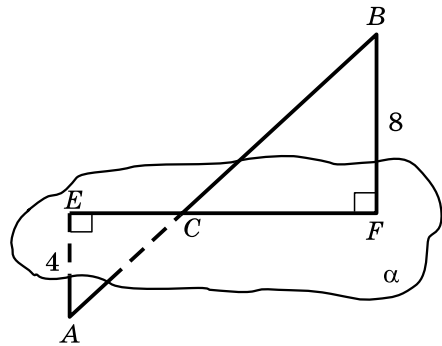
Найдите EF .

Решение.

Из точки A проведем прямую параллельно EF до пересечения с BF в точке D . Получим $\triangle ABD$, где $EF = AD$, $FD = AE = 4$, тогда $BD = BF + FD = 12$.

По условию задачи $BF \perp \alpha \Rightarrow BF \perp EF$, тогда $BD \perp AD$, значит, $\triangle ABD$ — прямоугольный. Следовательно, $AD = EF = \sqrt{AB^2 - BD^2}$, или $EF = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$.

Ответ: $EF = 9$.

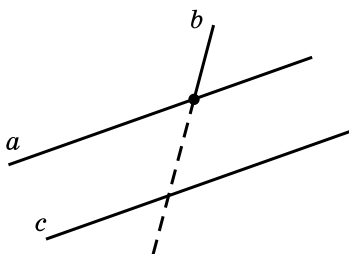


**ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМЫХ В ПРОСТРАНСТВЕ.
СКРЕЩИВАЮЩИЕСЯ ПРЯМЫЕ**

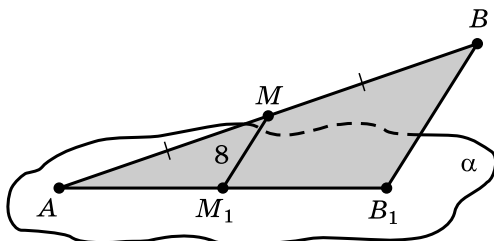
Группа «А»

Таблица 2

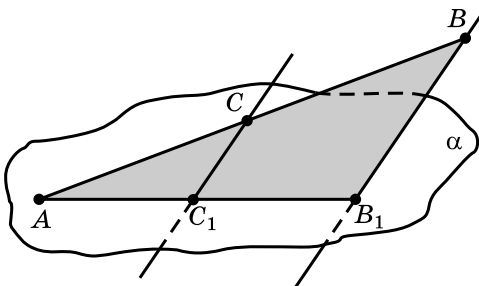
1 Дано: $a \cap b = M$, $c \parallel a$, $c \cap b$.
Докажите, что b и c — скрещивающиеся прямые.



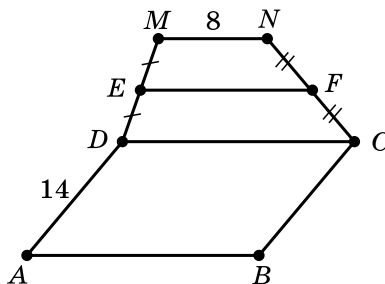
4 Дано: $MM_1 \parallel BB_1$.
а) Докажите, что точки A , B_1 и M_1 лежат на одной прямой.
б) Найдите BB_1 .



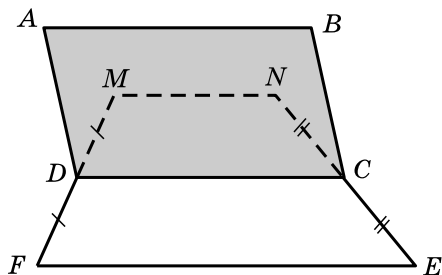
2 Дано: $CC_1 \parallel BB_1$.
а) Докажите, что точки A , C_1 и B_1 лежат на одной прямой.
б) Найдите BB_1 , если $CC_1 = 7$.



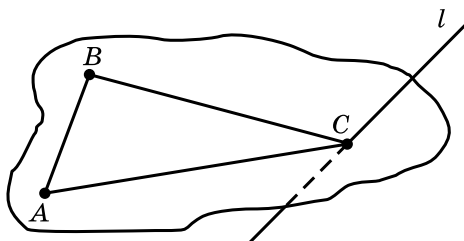
5 Дано: квадрат $ABCD$ и трапеция $DMNC$ не лежат в одной плоскости.
а) Докажите, что $AB \parallel EF$.
б) Найдите EF , если $AD = 14$.



3 Дано: квадрат $ABCD$ и трапеция $FMNE$ не лежат в одной плоскости.
а) Докажите, что $FE \parallel AB$.
б) Найдите AB , если $FE = 16$, $MN = 10$.

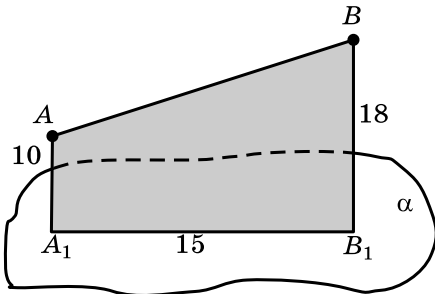


6 Дано: $\triangle ABC$. Прямая l не лежит в плоскости $\triangle ABC$.
Докажите, что прямые l и AB — скрещивающиеся.



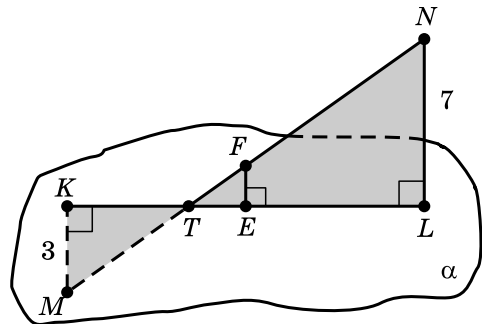
1

Дано: $AA_1 \perp \alpha$, $BB_1 \perp \alpha$.
Найдите расстояние между точками A и B .



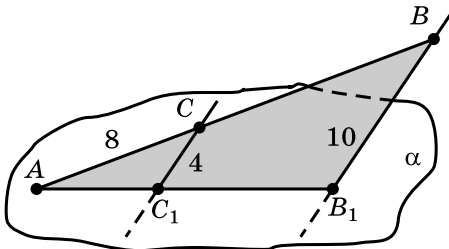
4

Дано: отрезок MN пересекает плоскость в точке T , F — середина MN . Найдите EF .



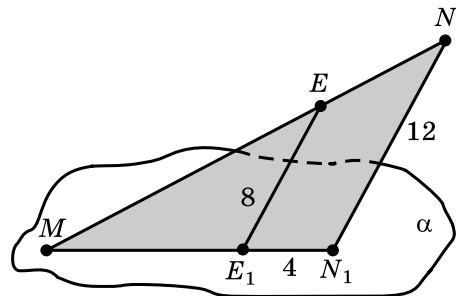
2

Дано: $CC_1 \parallel BB_1$.
а) Докажите, что точки A , C_1 и B_1 лежат на одной прямой.
б) Найдите BC .



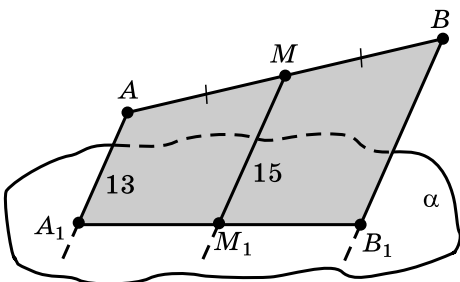
5

Дано: $EE_1 \parallel NN_1$.
Найдите ME_1 .



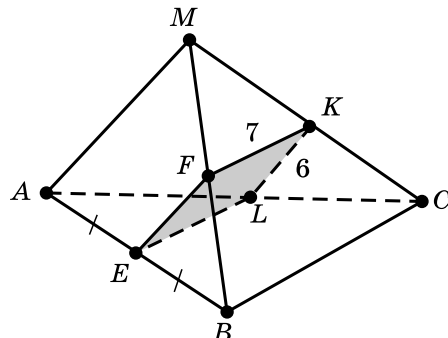
3

Дано: $AA_1 \parallel MM_1 \parallel BB_1$.
а) Докажите, что точки A_1 , M_1 , B_1 лежат на одной прямой.
б) Найдите BB_1 .



6

Дано: $EL \parallel FK$, $FE \parallel KL$,
 $KL \parallel MA$, $FK \parallel BC$.
Найдите AM , BC .



§ 3. Параллельность прямой и плоскости

Пример 1.

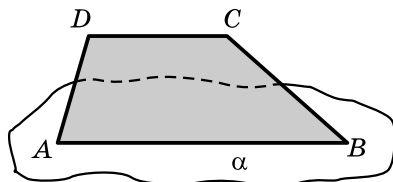
Дано: $ABCD$ — четырехугольник.

$$\angle A + \angle D = 180^\circ.$$

Докажите, что $DC \parallel \alpha$.

Решение.

В четырехугольнике $ABCD$ $\angle A$ и $\angle D$ — односторонние. По условию задачи $\angle A + \angle D = 180^\circ$, тогда $AB \parallel CD$, т. е. $ABCD$ — трапеция. Значит, $CD \parallel \alpha$, так как известно, что если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.



Пример 2.

Дано: $\triangle ABC$, $AB \parallel \alpha$. $CE : CA = 2 : 5$,

$BC \cap \alpha = F$.

Найдите AB .

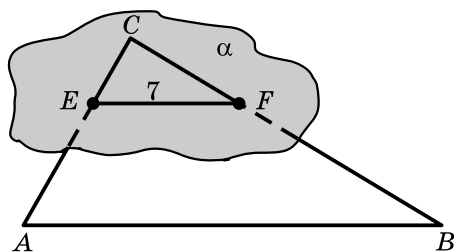
Решение.

Заметим, что плоскость $\triangle ABC$ проходит через прямую $AB \parallel \alpha$ (по условию) и пересекает эту плоскость по прямой EF . Следовательно, линия EF пересечения плоскостей параллельна прямой AB . Тогда $\angle A = \angle CEF$ (как соответственные при параллельных прямых AB , EF и секущей AC).

Кроме того, $\angle B$ — общий, значит, $\triangle ABC \sim \triangle CEF$ (по двум углам). Из подобия имеем $\frac{CE}{CA} = \frac{EF}{AB}$. Но $\frac{CE}{CA} = \frac{2}{5}$ (по условию) и $EF = 7$, тогда

$$\frac{7}{AB} = \frac{2}{5}, \text{ откуда } AB = \frac{7 \cdot 5}{2} = \frac{35}{2} = 17,5.$$

Ответ: $AB = 17,5$.



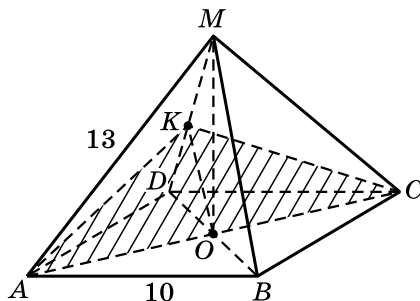
Пример 3.

Дано: $MABCD$ — правильная пирамида, $(AKC) \parallel MB$.

Найдите площадь сечения AKC .

Решение.

Так как $MABCD$ — правильная пирамида, то $ABCD$ — квадрат, где $AB = BC = 10$, тогда из $\triangle ABC$, где $\angle B = 90^\circ$, имеем $AC = \sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{2 \cdot 10^2} = 10\sqrt{2}$.

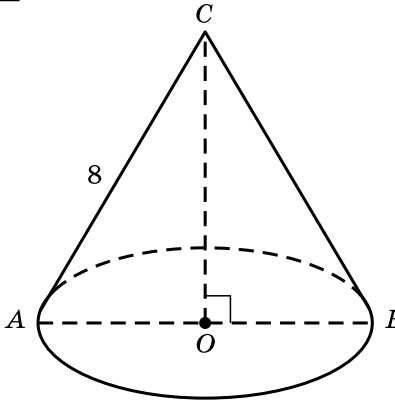
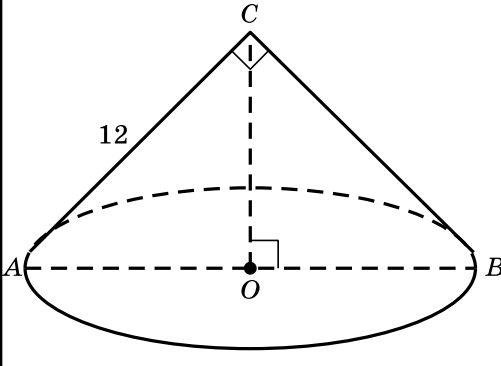
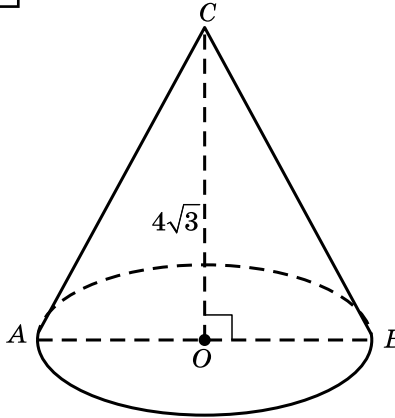
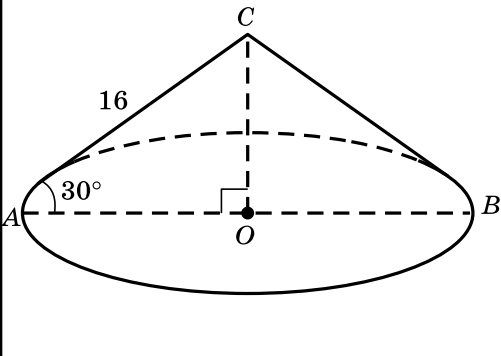
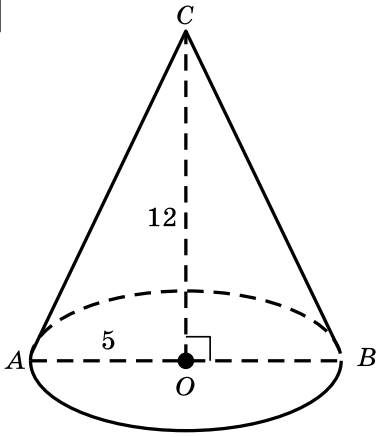
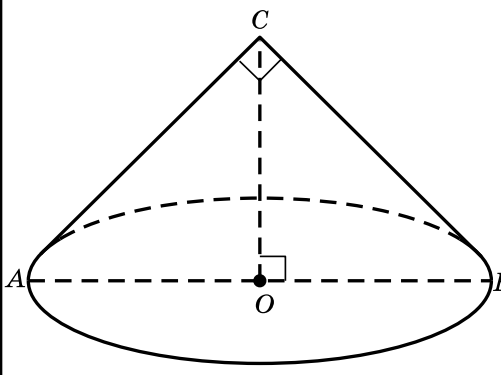


ПОВЕРХНОСТЬ КОНУСА

Группа «А»

Найдите $S_{\text{полн.}}$

Таблица 11

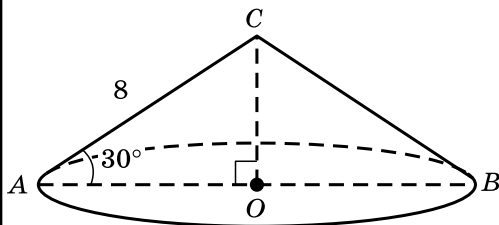
<p>1 $\triangle ABC$ — правильный.</p> 	<p>4</p> 
<p>2 $\triangle ABC$ — правильный.</p> 	<p>5</p> 
<p>3</p> 	<p>6* $P_{\triangle ABC} = 32$.</p> 

Группа «Б»

Найдите $S_{\text{полн.}}$.

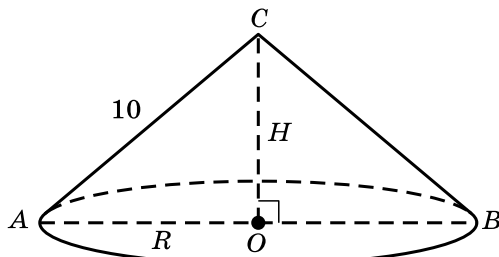
Таблица 11

1



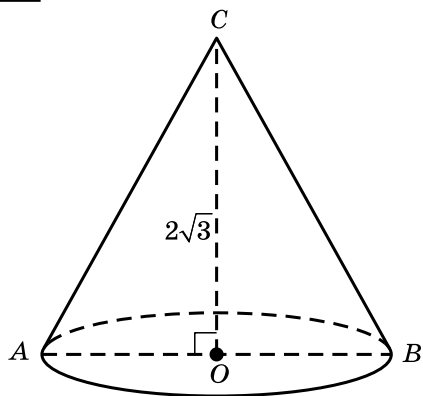
4

$H : R = 3 : 4.$



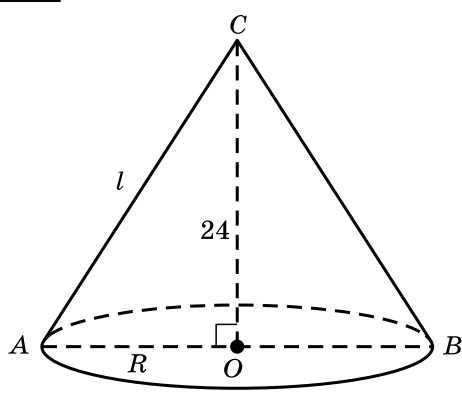
2

$AB = AC = BC.$

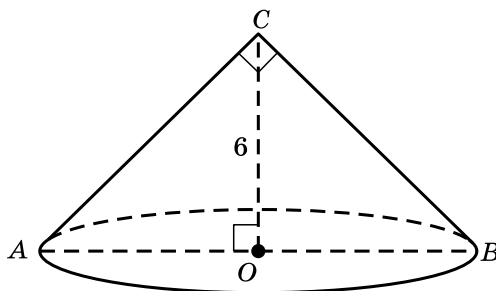


5

$l : R = 13 : 5.$

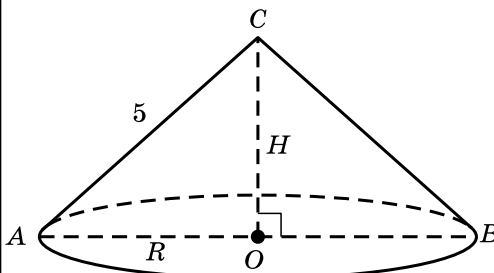


3



6

$S_{\text{бок.}} - S_{\text{осн.}} = 4\pi,$
 $H < R.$



Раздел II

ЗАДАЧИ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЕГЭ

§ 1. Задачи по планиметрии с решениями

1.1. Треугольники

Пример 1. В остроугольном $\triangle ABC$ BM — высота, точка O — центр описанной окружности.

- а) Докажите, что $\angle ABM = \angle OBC$.
- б) Найдите BM , если $AB = 25$, $BC = 32$, $BO = BM$.

Решение.

а) Из центра O окружности опустим перпендикуляр OK на сторону BC . Тогда $BM = BO$ (по условию) и $BO = OC = R$, где R — радиус описанной около $\triangle ABC$ окружности, где OK — высота, медиана и биссектриса равнобедренного $\triangle BOC$. Так как $\angle BOC$ — центральный, а $\angle BAC$ — вписанный, то $\angle BAC = \frac{1}{2} \angle BOC = \angle BOK = \angle COK$. Выходит, что $\triangle ABM \sim \triangle BOK \cup \triangle COK$ (по катету и острому углу).

Следовательно, $\angle ABM = \angle OVK = \angle OBC$, ч. т. д.

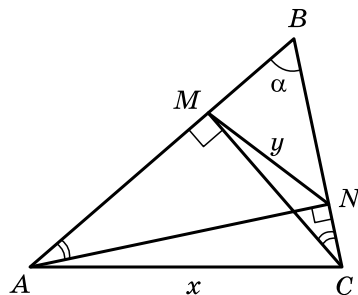
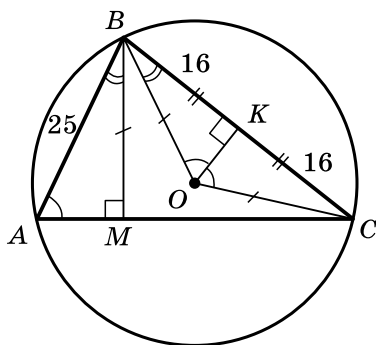
б) Заметим, что из подобия $\triangle ABM$ и $\triangle BOK \Rightarrow \frac{BM}{AB} = \frac{BK}{BO}$, или $\frac{R}{25} = \frac{16}{R}$,
или $R^2 = 25 \cdot 16$, откуда $R = 5 \cdot 4 = 20$.

Значит, $BM = R = 20$.

Ответ: б) 20.

Пример 2. В $\triangle ABC$ из вершин A и C опущены высоты AN и CM соответственно на стороны BC и AB .

- а) Докажите, что $\angle MAN = \angle MON$.
- б) Найдите сторону AC , если известно, что $P_{\triangle ABC} = 12$, $P_{\triangle BMN} = 9$, а радиус окружности, описанной около $\triangle BMN$, равен 1,5.



Решение.

а) Так как по условию задачи AN и CM — высоты, то вокруг четырехугольника $AMNC$ можно описать окружность, тогда $\angle MAN = \angle MCN$ — как вписанные, опирающиеся на одну и ту же дугу MN .

б) Заметим, что $\frac{BM}{BC} = \frac{BN}{AB} = \cos \alpha$ (из $\triangle BMC$ и $\triangle ABN$). Кроме того, $\triangle BMN \sim \triangle ABC$, где $k = \frac{BM}{BC} = \cos \alpha$. Значит, $k = \frac{P_{\triangle BMN}}{P_{\triangle ABC}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{3}{4}$, тогда $\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\sqrt{7}}{4}$.

Пусть $MN = y$, тогда из $\triangle BMN$, по теореме синусов, имеем $\frac{y}{\sin \alpha} = 2R$, откуда $y = 2R \sin \alpha$, где $R = 1,5$ (по условию).

Значит, $y = 2 \cdot 1,5 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = \frac{3\sqrt{7}}{4}$. Но $\frac{y}{x} = k = \frac{3}{4}$, $x = y : \frac{3}{4} = \frac{3\sqrt{7}}{4} \cdot \frac{4}{3} = \sqrt{7}$.

Ответ: б) $\sqrt{7}$.

Пример 3*. В равнобедренном $\triangle ABC$, в котором $AB = BC = 25$, $AC = 14$, проведены медиана AM и биссектриса AN .

а) Докажите, что $\operatorname{tg} \angle BAN = \frac{3}{4}$.

б) Найдите расстояние между точками M и K .

Решение.

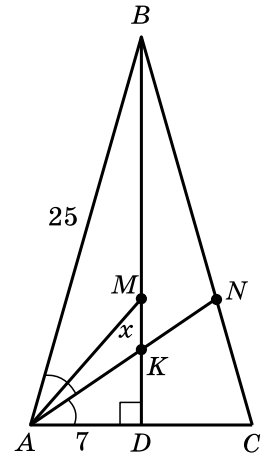
а) Из $\triangle ABD$, где $AB = 25$, $AD = \frac{1}{2}AC = 7$, по теореме Пифагора, имеем $BD = \sqrt{25^2 - 7^2} = \sqrt{676} = 24$. По условию задачи AN — биссектриса, тогда $\angle BAN = \angle NAC = \alpha$. Значит, $\operatorname{tg} \angle BAN = \operatorname{tg} \angle NAC = \operatorname{tg} \alpha$. По свойству биссектрисы $\frac{BK}{KD} = \frac{AB}{AD} = \frac{25}{7}$.

Пусть $BK = a$, $KD = b$, тогда $\frac{a}{b} = \frac{25}{7}$. Но $a + b = BD = 24$. Получим систему уравнений

$$\begin{cases} a + b = 24, \\ \frac{a}{b} = \frac{25}{7}; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 24 - b, \\ 7a = 25b; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 24 - b, \\ 7(24 - b) = 25b. \end{cases}$$

$168 - 7b = 25b$, $32b = 168$, откуда $b = \frac{168}{32} = \frac{21}{4}$. Из прямоугольного

$\triangle AKD$ находим $\operatorname{tg} \alpha = \frac{KD}{AD} = \frac{21}{4} : 7 = \frac{21}{4 \cdot 7} = \frac{3}{4}$, ч. т. д.



ОТВЕТЫ

Раздел I

10 класс

Таблица 1 «А»

1. 1) K и C ; 2) CT ; 3) MAV . 2. 1) C и K ; 2) MT ; 3) MBC . 3. 1) MBC и ABC ; 2) KT ; 3) MAC и ABC . 4. 1) EFC ; 2) MFK ; 3) Указание. Искомой точкой является точка пересечения прямых FE и BM . 5. 1) Например, A, L, K, C ; 2) MAC ; 3) AM . 6. 1) MAV и MBC ; 2) D ; 3) AD . 7. 1) ABC, ABB_1, ADD_1 ; 2) BD ; 3) A_1B_1D . 8. 1) ABC, CDD_1, BCC_1 ; 2) AC ; 3) A_1B_1C . 9. 1) $A_1D_1C_1$; 2) A_1D_1, D_1C_1 ; 3) B_1 . 10. 1) ABC, ABB_1, BCC_1 ; 2) A_1C_1 ; 3) ABC_1 . 11. 1) ACC_1 ; 2) AC ; 3) Указание. Искомой точкой является точка пересечения прямых MN и AC . 12. 1) K ; 2) AD ; 3) K .

Таблица 1 «Б»

1. 1) MAC и ABC ; 2) EF ; 3) MBC и ABC . 2. 1) Например, B, C, N, F ; 2) ABC ; 3) MC . 3. Нет. 4. 1) ACC_1 ; 2) A_1C_1 ; 3) Указание. Искомой точкой является точка пересечения прямых MN и AC . 5. 1) F ; 2) CC_1 ; 3) F .

Таблица 2 «А»

2. 14. 3. 13. 4. 16. 5. 11.

Таблица 2 «Б»

1. 17. 2. 12. 3. 17. 4. 2. 5. 6. 6. $AM = 12, BC = 14$.

Таблица 3 «А»

3. Прямые могут быть параллельными или скрещивающимися. 7. 18. 8. 11. 9. 6. 10. 18. 11. 25. 12. 10.

Таблица 3 «Б»

1. 1) Да; 2) нет; 3) да. 7. 20. 8. $40\sqrt{2}$. 9. 15. 10. $20\sqrt{2}$. 11. 6. 12. 3,5.

Таблица 4 «А»

1. 60° . 2. 110° . 6. $MA_1 = 18, MB_1 = 15$. 7. $A_1B_1 = 54, MA_1 = 72$. 8. 16.

Таблица 4 «Б»

2. $MA_2 = 12, MB_2 = 9$. 3. $ON = 8, M_1N_1 = 4$. 4. 28. 5. 10. 6. $MA_1 = 3, MB_2 = 16$. 8. 200.

Таблица 5 «А»

2. $A_1B_1 = 9, MB = 6, BB_1 = 12$. 3. $AB = 16, OB_1 = 2,5$. 5. 5. 6. $MN = 9, EK = 5, AM = 12, BK = 12$.

Таблица 5 «Б»

1. б) $\angle B = 130^\circ, \angle C = 50^\circ, \angle D = 130^\circ$. 2. $A_1M = 32, NB_1 = 10, AA_1 = 24, BB_1 = 24$. 3. 50.

Таблица 6 «Б»

8. б) $5\sqrt{11}$.

Таблица 8 «А»

11. 12. 12. 13. 13. 12. 14. 1. 15. $MK = 17, CK = 8$. 16. 12.

Содержание

| | |
|-------------------|---|
| Предисловие | 3 |
|-------------------|---|

| | |
|--|----------|
| Раздел I. Тематические задачи | 4 |
|--|----------|

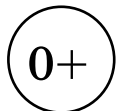
10 класс

| | |
|---|----|
| § 1. Аксиомы стереометрии и их следствия | 4 |
| § 2. Параллельность прямых в пространстве.
Скрещивающиеся прямые | 9 |
| § 3. Параллельность прямой и плоскости | 13 |
| § 4. Параллельность плоскостей | 19 |
| § 5. Свойства параллельных плоскостей | 23 |
| § 6. Тетраэдр | 26 |
| § 7. Параллелепипед | 30 |
| § 8. Перпендикулярность прямой и плоскости | 35 |
| § 9. Перпендикуляр и наклонные.
Угол между прямой и плоскостью | 42 |
| § 10. Теорема о трех перпендикулярах | 50 |
| § 11. Перпендикулярность плоскостей. Задачи на доказательство | 57 |
| § 12. Перпендикулярность плоскостей. Задачи на вычисление | 60 |
| § 13. Расстояние между скрещивающимися прямыми | 65 |
| § 14. Угол между скрещивающимися прямыми | 69 |
| § 15. Угол между плоскостями | 74 |
| § 16. Площадь ортогональной проекции многоугольника | 79 |
| § 17. Векторы в пространстве | 83 |

11 класс

| | |
|---|-----|
| § 1. Двугранный угол | 89 |
| § 2. Поверхность правильной призмы | 95 |
| § 3. Поверхность прямой призмы | 100 |
| § 4. Поверхность наклонной призмы | 104 |
| § 5. Поверхность прямоугольного параллелепипеда | 108 |
| § 6. Поверхность прямого параллелепипеда | 112 |
| § 7. Поверхность правильной пирамиды | 115 |
| § 8. Поверхность неправильной пирамиды | 120 |
| § 9. Поверхность усеченной пирамиды | 127 |
| § 10. Поверхность цилиндра | 134 |
| § 11. Поверхность конуса | 140 |
| § 12. Поверхность усеченного конуса | 145 |
| § 13. Поверхность шара | 149 |
| § 14. Объем параллелепипеда | 154 |
| § 15. Объем призмы | 160 |
| § 16. Объем правильной пирамиды | 167 |
| § 17. Объем неправильной пирамиды | 173 |
| § 18. Объем правильной усеченной пирамиды | 180 |
| § 19. Объем неправильной усеченной пирамиды | 184 |
| § 20. Объем цилиндра | 188 |

| | |
|--|------------|
| § 21. Объем конуса..... | 193 |
| § 22. Объем усеченного конуса | 198 |
| § 23. Объем шара..... | 203 |
| Раздел II. Задачи для подготовки к ЕГЭ..... | 208 |
| § 1. Задачи по планиметрии с решениями..... | 208 |
| 1.1. Треугольники..... | 208 |
| 1.2. Четырехугольники..... | 216 |
| Задачи для самостоятельного решения | 224 |
| § 2. Задачи по стереометрии с решениями..... | 226 |
| 2.1. Многогранники | 226 |
| 2.2. Круглые тела..... | 237 |
| Задачи для самостоятельного решения | 241 |
| Раздел III. Краткие теоретические сведения
по курсу планиметрии 7–9 классов | 244 |
| Раздел IV. Краткие теоретические сведения
по курсу стереометрии 10–11 классов | 268 |
| Ответы | 280 |
| Литература | 286 |



Учебное издание

Балаян Эдуард Николаевич

РЕПЕТИТОР ПО ГЕОМЕТРИИ

для 10–11 классов

Ответственный редактор *С. Осташов*

Формат 70 × 100/16. Бумага тип № 2.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 29,67. Тираж 2500 экз.

Заказ №

Издатель и Изготовитель: ООО «Феникс»

Юр. и факт. адрес: 344011, Россия, Ростовская обл.,

г. Ростов-на-Дону, ул. Варфоломеева, 150.

Тел./факс: (863) 261-89-50, 261-89-59.

Изготовлено в России. Дата изготовления: 11.2023.

Срок годности не ограничен

Отпечатано в ООО «Принт-М»

142300, Россия, Московская обл., г. Чехов, ул. Полиграфистов 1 /
Корпус Производственный Б, помещение 279, этаж 4.